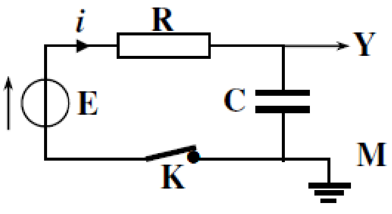
## التمرين الأول : علوم تجريبية 2008




الشكل -4-

قصد شحن مكثفة مفرغة ، سعتها $(C)$ ، نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

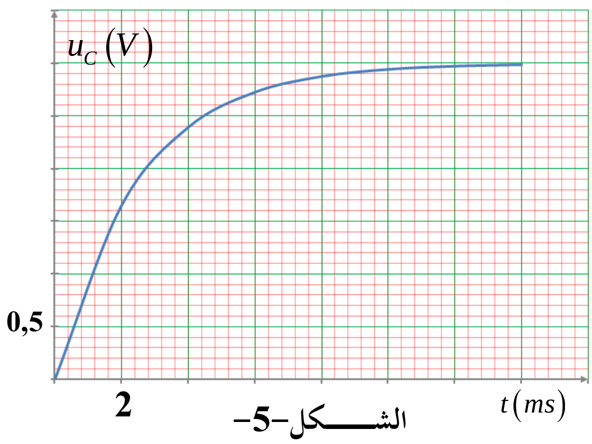
– مولد كهربائي ذو توتر ثابت $E = 3V$ مقاومته الداخلية مهملة .

ناقل أومي مقاومته $R = 10^4 \Omega$ .

قاطعة $K$ .

لإظهار التطور الزمني للتوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة ، نصلها براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة . الشكل-4-

نغلق القاطعة $K$ في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_C(t)$ الممثل في الشكل-5-




الشكل -5-

1. ما هي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15s$ من غلقها ؟
2. أعط العبارة الحرفية لثابت الزمن $\tau$ ، وبين أن له نفس وحدة قياس الزمن .
3. عين بيانيا قيمة $\tau$ واستنتج السعة $(C)$ للمكثفة .
4. بعد غلق القاطعة ( في اللحظة $t = 0$ ) : $u_C(V)$

أ– أكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة .

ب–اكتب عبارة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة الشحنة $q(t)$ .

جـ– بين أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_C(t)$ تعطى بالعبارة : $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$ .

5. يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة : $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{A}}\right)$ . استنتج العبارة الحرفية للثابت $A$ . وما هو مدلوله الفيزيائي ؟

## الحل المفصل

**1. تحديد شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15s$ من غلقها .**

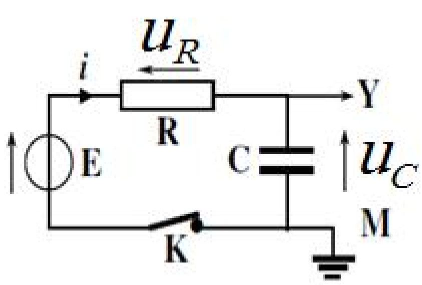
من البيان لما $\Delta t = 15s$ نجد : $u_C = 3V$ وبالتالي : $u_R = E - u_C = 0$ ؛ لكن : $u_R = Ri$ ومنه $i = 0$ .

**2. كتابة لعبارة الحرفية لثابت الزمن $\tau$ ، وتبين أن له نفس وحدة قياس الزمن .**

عبارة ثابت الزمن هي : $\tau = RC$ .

وبالتالي : $[\tau] = [R][C] = \dfrac{[U]}{[I]}.\dfrac{[Q]}{[U]} = \dfrac{[Q]}{[I]} = \dfrac{[I][T]}{[I]} = [T]$ ، ومنه ثابت الزمن متجانس مع وحدة الزمن .

**3. تعين بيانيا قيمة $\tau$ واستنتاج السعة $(C)$ للمكثفة .**




من البيان لمّا : $u_C = 0,63 \times E = 0,63 \times 3 = 1,89V$ نجد : $\tau = 1,25 \times 2 = 2,5s$ .

ولدينا : $\tau = RC$ وبالتالي : $C = \dfrac{\tau}{R}$ إذن : $C = \dfrac{2,5}{10^4} = 2,5 \times 10^{-4} F = 250 \mu F$ .

4. أ– عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة : $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$

**ب–** عبارة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة : $u_C(t) = \dfrac{1}{C}.q(t)$

**جـ– كتابة المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_C(t)$ .**

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C + u_R = E$ .

ولدينا : $u_R(t)=R.i(t)=R\dfrac{dq(t)}{dt}=RC\dfrac{du_C(t)}{dt}$ ، ومنه : $u_C+RC\dfrac{du_C}{dt}=E$

**.5 استنتاج العبارة الحرفية للثابت $A$ . وتحديد مدلوله الفيزيائي ؟**

لدينا : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{A}}\right)$ ، وبالتالي : $\dfrac{du_C(t)}{dt}=\dfrac{E}{A}e^{-\frac{t}{A}}$ .

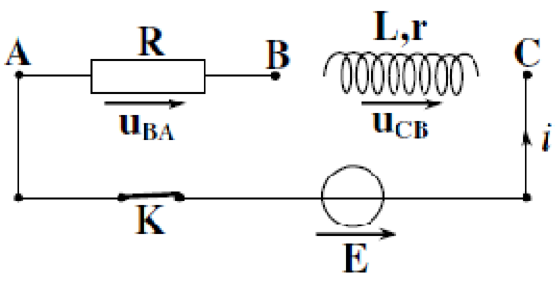
ولدينا : $u_C+RC\dfrac{du_C}{dt}=E$ ، إذن : $E\left(1-e^{-\frac{t}{A}}\right)+RC\dfrac{E}{A}e^{-\frac{t}{A}}=E$ ، أي : $1-e^{-\frac{t}{A}}+\dfrac{RC}{A}e^{-\frac{t}{A}}=1$ .

إذن : $\left(\dfrac{RC}{A}-1\right)e^{-\frac{t}{A}}=0$ وبالتالي : $\dfrac{RC}{A}-1=0$ ومنه: $A=RC$ وهو ثابت الزمن

**مدلوله الفيزيائي :** هو المدة الزمنية لبلوغ شحنة –فرق الكمون بين طرفي– المكثفة $63\%$ من قيمتها الأعظمية ، وهو مؤشر لمدة شحن المكثفة .

**التمرين الثاني :** علوم تجريبية 2008

تحتوي الدارة الكهربائية المبينة في الشكل -2- على :




الشكـــــل -2-

- مولد توتره الكهربائي ثابت $E=12V$ .
- ناقل أومي مقاومته $R=10\Omega$ .
- وشيعة ذاتيتها $L$ ومقاومتها $r$ .
- قاطعة $K$ .

.1 نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة ، لإظهار التوترين الكهربائيين $(u_{BA})$ و $(u_{CB})$ .

بين على مخطط الدارة الكهربائية ، كيف يتم ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا الجهاز ؟

.2 نغلق القاطعة $K$ في اللحظة $t=0$ . يمثل الشكل -3- المنحنى $u_{BA}=f(t)$

المشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي .

عندما تصبح الدارة في حالة النظام الدائم ، أوجد قيمة :

أ- التوتر الكهربائي $(u_{BA})$ .

ب-التوتر الكهربائي $(u_{CB})$ .

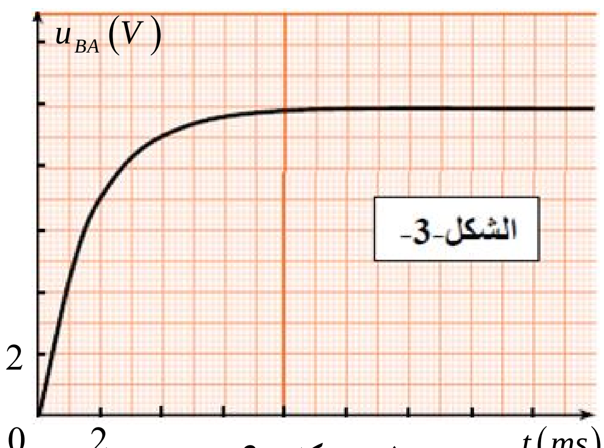
جـ- الشدة العظمى للتيار المار في الدارة .

.3 بالاعتماد على البيان (الشـــكل -3-) استنتج :

أ- قيمة $(\tau)$ ثابت الزمن المميز للدارة .

ب-مقاومة وذاتية الوشيعة .

.4 احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

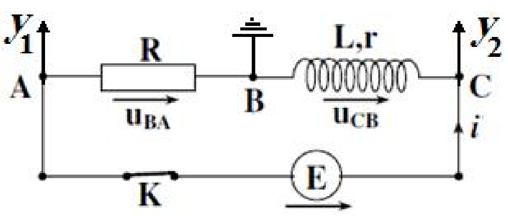



الشـــــكل -3-

**الحل المفصل :**

**.1 توضيح كيفية ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا جهاز راسم الإهتزاز المهبطي .**

أنظر الشكل المقابل .




**.2 من البيان في النظام الدائم نجد :**

**أ- التوتر الكهربائي $(u_{BA})$ :** $u_{BA}=u_R=10V$ .

**ب- التوتر الكهربائي $(u_{CB})$ :** $u_{CB}=u_b=E-u_R=12-10=2V$ .

**جـ- الشدة العظمى للتيار المار في الدارة :** $I=\dfrac{u_R}{R}=\dfrac{10}{10}=1A$

**.3 أ- تحديد قيمة $(\tau)$ ثابت الزمن المميز :** من البيان لما $u_R=0,63\times10=6,3V$ نجد : $\tau=0,8\times2=1,6s$ .

**ب- مقاومة وذاتية الوشيعة .**

لدينا : في النظام الدائم $u_b = r.I$ وبالتالي : $r = \frac{u_b}{I} = \frac{2}{1} = 2\Omega$ .

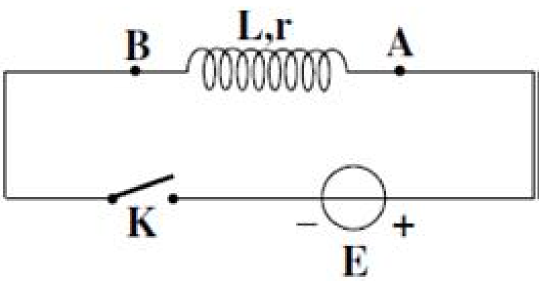
ولدينا : $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، $L = \tau(R+r) = 1,6\times10^{-3}\times12 = 1,92\times10^{-3}H$

**4. حساب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .**

لدينا : $E(L) = \frac{1}{2}L.I^2$ وبالتالي : $E(L) = \frac{1}{2}\times1,92\times10^{-3}.(1)^2 = 9,6\times10^{-4}J$ .

## التمرين الثالث : رياضيات و تقني رياضي 2008

بغرض معرفة سلوك ومميزات وشيعة مقاومتها $(r)$ وذاتيتها $(L)$ ، نربطها على التسلسل بمولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 4,5V$ و قاطعة $K$ . الشكل -1-



الشكــــــل -1-

1. أنقل مخطط الدارة على ورقة الإجابة وبين عليه جهة مرور التيار الكهربائي وجهتي السهمين الذين يمثلان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة وبين طرفي المولد .
2. في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة $K$ :

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب-بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل $i(t) = I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ حيث $I_0$ هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدارة .

3. تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعبارة : $i(t) = 0,45\left(1-e^{-10t}\right)$ حيث $(t)$ بالثانية و $(i)$ بالآمبير .

- أحسب قيم المقادير الكهربائية التالية :

أ- الشدة العظمى $(I_0)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب-المقاومة $(r)$ للوشيعة .

جـ- الذاتية $(L)$ للوشيعة .

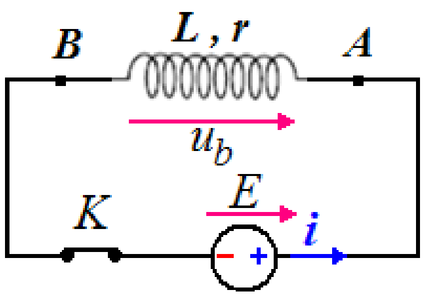
د- ثابت الزمن $(\tau)$ المميز للدارة .

4. أ- ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم ؟

ب- أكتب عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة .

جـ- أحسب قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في اللحظة $(t = 0,3s)$ .

## الحل المفصل :




**1. رسم مخطط الدارة** . الرسم بالشكل المقابل .

**2. أ- كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_b(t) = E$ إذن: $ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = E$ .

ومنه : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{r}{L}i(t) = \frac{E}{L}$ .

**ب- التأكد من حل المعادلة التفاضلية .**

لدينا : $i(t) = I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt} = I_0.\frac{r}{L}.e^{-\frac{r}{L}t}$ .

إذن : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = I_0.\frac{r}{L}.e^{-\frac{r}{L}t} + \frac{r}{L}I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right) = \frac{r}{L}I_0$ ؛ لكن : $I_0 = \frac{E}{r}$ .

وبالتالي : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R}{L}i(t)=\frac{r}{L}\frac{E}{r}=\frac{E}{L}$ . ومنه العبارة : $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

**3. تعين قيم المقادير الكهربائية المميزة للدارة .**

**أ- الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة :** في النظام الدائم ( $t>5\tau$ ) لدينا : $I_0=0,45A$ .

**ب- مقاومة الوشيعة :** لدينا $I_0=\frac{E}{r}$ ، وبالتالي $r=\frac{E}{I_0}=\frac{4,5}{0,45}=10\Omega$ .

**جـ- ذاتية الوشيعة :** لدينا $\frac{r}{L}=10$ ، وبالتالي $L=\frac{r}{10}=\frac{10}{10}=1H$ .

**د- ثابت الزمن :** لدينا $\tau=\frac{L}{r}$ ، وبالتالي $\tau=\frac{1}{10}=0,1s$

**4. أ- الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم .**

لدينا : $E(L)=\frac{1}{2}L.I_0^2$ ، وبالتالي $E(L)=\frac{1}{2}\times1\times(0,45)^2=0,101J$ .

**ب- كتابة عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة .**

لدينا : $u_b=E=4,5V$ .

عبارة فرق الكمون الذاتي : $u_L(t)=L\frac{di}{dt}=L.I_0.\frac{r}{L}.e^{-\frac{r}{L}t}=E.e^{-\frac{r}{L}t}$ ، ومنه : $u_L(t)=4,5.e^{-10t}$ .

**جـ- حساب قيمة التوتر الذاتي في اللحظة $(t=0,3s)$ .**

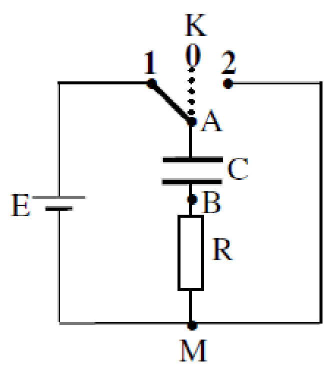
لدينا : $u_L(t)=4,5.e^{-10t}$ ، وبالتالي : $u_L(0,3)=4,5.e^{-10\times0,3}=4,5.e^{-3}=0,224V$ .

## التمرين الرابع : رياضيات و تقني رياضي 2008

في حصة للأعمال المخبرية اقترح الأستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في الشكل -2- لدراسة ثنائي القطب $RC$ .

تتكون الدارة من العناصر الكهربائية التالية :

- مولد توتره الكهربائي ثابت : $E=12V$ .
- مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C=1,0\mu F$ .
- ناقل أومي مقاومته $R=5\times10^3\Omega$ .
- بـــــــادلة $K$ .




الشــــكل -2-

1. نجعل البادلة في اللحظة $t=0$ على الوضع (1) .

أ- ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب-كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي $u_{AB}$ ؟

جـ- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها : $RC\frac{du_{AB}}{dt}+u_{AB}=E$ .

د- أعط عبارة $(\tau)$ الثابت المميز للدارة ، وبين باستعمال التحليل البعدي أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات $(SI)$ .

هـ- بين أن المعادلة التفاضلية السابقة (1- جـ) تقبل العبارة : $u_{AB}=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا لها .

و- أرسم شكل المنحني البياني الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB}=f(t)$ وبين كيفية تحديد $\tau$ من البيان .

ي- قارن بين قيمة التوتر $u_{AB}$ في اللحظة $t=5\tau$ و $E$ . ماذا تستنتج ؟

2. بعد الانتهاء من الدراسة السابقة ، نجعل البادلة في الوضع (2) .

أ- ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب-أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .

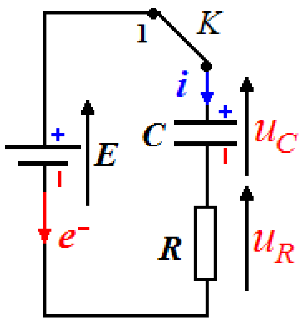
## الحل المفصل :

**1.** **أ- التفسير** : عند جعل البادلة في الوضع 1 يمر تيار بالدارة مما يؤدي إلى شحن المكثفة .

**ب- تبين كيف مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي** $u_{AB}$ .

يمكن مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي $u_{AB}$ وذلك بربط طرفي المكثفة إلى راسم إهتزاز مهبطي ذو ذاكرة ، أو جهاز إعلام آلي مزود ببطاقة مدخل .

**ج- كتابة المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية .**




حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_C = E$ .

حيث : $u_R = R.i = R\dfrac{dq}{dt} = RC\dfrac{du_C}{dt}$ .

ومنه : $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$ .

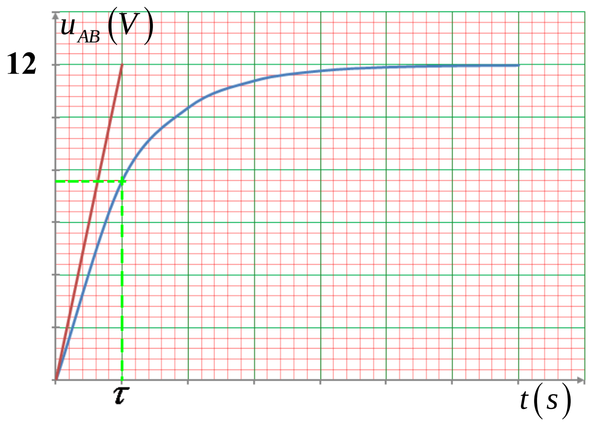
**د- عبارة ثابت الزمن** : $\tau = RC$ .

**التحليل البعدي** : $[\tau]=[R].[C]=[U][I]^{-1}.[I][T][U]^{-1}=[T]$

**هـ- إثبات حل المعادلة التفاضلية .**

لدينا : $u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، إذن : $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

وبالتالي : $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = RC.\dfrac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E - Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ، أي : $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$ .




ومنه العبارة : $u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

**و- رسم المنحنى الممثل للتوتر الكهربائي** $u_{AB} = f(t)$ .

لدينا : $u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، حيث : $E = 12V$

و $\tau = RC = 5\times10^3 \times 1,0\times10^{-6} = 5\times10^{-3}s = 5ms$ .

وبالتالي : $u_C = 12\left(1-e^{-200.t}\right)$ .

**كيفية تحديد** $\tau$ **من البيان .**

هو فاصلة نقطة تقاطع مماس البيان عند المبدأ مع المقارب ، وفاصلة النقطة ذات الترتيبة $u_{AB} = 0,63.E$ .

**ي- المقـــــــارنة** : من البيان لمّا $t = 5\tau$ لدينا $u_{AB} = 11,9V$ ، وبالتالي $\dfrac{u_{AB}}{E} = \dfrac{11,9}{12} = 0,99$ .

**الإستـــــنتاج** : عند اللحظة $t = 5\tau$ تبلغ شحنة المكثفة النسبة $99\%$ من شحنتها الأعظمية .

**2.** **أ- التفسير** : عند إنتهاء الشحن وجعل البادلة في الوضع 2 تفرغ المكثفة في الناقل الأومي ، فتتحول الطاقة المخزنة بها إلى طاقة حرارية بالناقل الأومي

**ب- تحديد قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .**

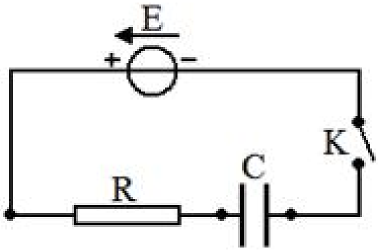
لدينا : $E_C = \dfrac{1}{2}C.U_{max}^2 = \dfrac{1}{2}C.E^2$ ، وبالتالي : $E_C = \dfrac{1}{2}\times10^{-6}\times(12)^2 = 1,22\times10^{-4}\,J$ .

## التمرين الخامس : علوم تجريبية 2009

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل -1- من العناصر التالية موصولة على التسلسل :

- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 6V$ .
- مكثفة سعتها $C = 1,2\mu F$ .

- ناقل أومي مقاومته $R=5k\Omega$ .
- قاطعة $K$ .



الشكل -1

نغلق القاطعة :

1. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط بين $u_C(t)$ ، $\frac{du_C(t)}{dt}$ ، $E$ ، $R$ و $C$ .
2. تحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصل عليها تقبل العبارة : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ كحل لها .
3. حدد وحدة المقدار $RC$ ، ما مدلوله العلمي بالنسبة للدارة الكهربائية ؟ اذكر اسمه .
4. أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

| $t(ms)$ | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|
| $u_C(t)(V)$ | | | | | |

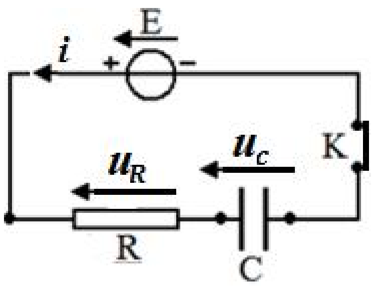
5. أرسم المنحنى البياني : $u_C(t)=f(t)$ .
6. أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة $E$ ، $R$ و $C$ ، ثم احسب قيمتها في اللحظتين $(t=0)$ و $(t\to\infty)$ .
7. اكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة ، احسب قيمتها عندما $(t\to\infty)$ .

## الحل المفصل :

**1. كتابة المعادلة التفاضلية .**

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد : $u_C+u_R=E$ ، حيث : $u_R=R.i=RC\frac{du_C}{dt}$ .

وبالتالي : $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=E$ .




ومنه تكتب المعادلة التفاضلية المميزة للدارة كما يلي : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=\frac{E}{RC}$ .

**2. إثبات أن العبارة : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .**

لدينا : $u_C=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ وبالتالي : $\frac{du_C}{dt}=\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$

إذن : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{1}{RC}E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)=\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E}{RC}-\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}=\frac{E}{RC}$ .

ومنه العبارة : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

**3. تحديد وحدة المقدار $RC$ ، ومدلوله و اسمه .**

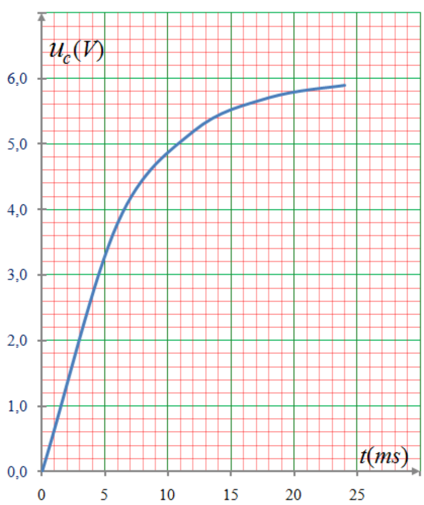
$[RC]=[R][C]=\frac{[U]}{[A]}\frac{[Q]}{[U]}=\frac{[A][T]}{[A]}=[T]$ ومنه $RC$ متناسب مع الزمن .

**مدلوله العلمي :** هو المدة اللازمة لشحن المكثفة بنسبة $63\%$ ، ويسمى بثابت الزمن .

**4. ملأ الجدول :**

| $t(ms)$ | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|
| $u_C(t)(V)$ | 0 | 3,79 | 5,19 | 5,70 | 5,89 |

**5. رسم المنحنى البياني : $u_C(t)=f(t)$** .




أنظر الشكل المقابل .

6. **إيجاد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي** $i(t)$ .

لدينا : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ و $u_R=E-u_C$ و بالتالي : $u_R=E-E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)=Ee^{-\frac{1}{RC}t}$

لكن : $u_R=R.i$ أي : $i=\frac{u_R}{R}$ وبالتالي : $i(t)=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$ .

ومنه : لما : $(t=0)$ لدينا : $I_0=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}\times 0}=\frac{E}{R}$ أي : $I_0=\frac{6}{5\times 10^3}=1,2\times 10^{-3}A$ .

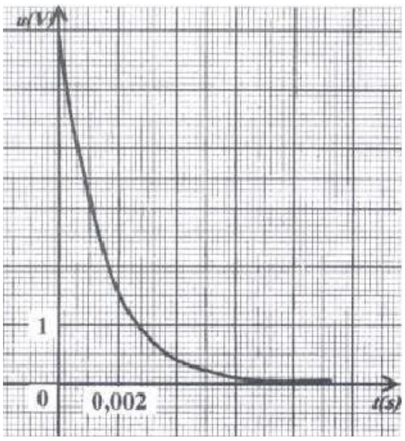
لما : $(t\to\infty)$ لدينا : $i_\infty=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}\times\infty}=0$ .

7. **كتابة عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة** .

عند $(t\to\infty)$ يكون قد اكتمل الشحن وبالتالي : $E_0=\frac{1}{2}C\,u_{C\max}^2=\frac{1}{2}C.E^2$ ومنه : $E_0=\frac{1}{2}\times 1,2\times 10^{-6}\times 6^2=2,16\times 10^{-5}J$

## التمرين السادس : علوم تجريبية 2009

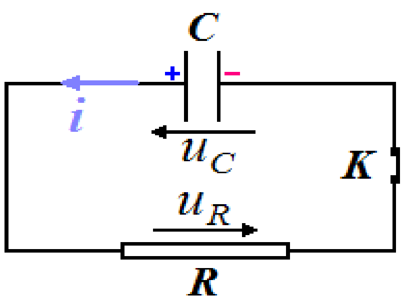
لدينا مكثفة سعتها $C=1,0\times 10^{-1}\mu F$ مشحونة مسبقا بشحنة كهربائية مقدارها $q=0,6\times 10^{-6}C$ ، وناقل أومي مقاومته $R=15k\Omega$ نحقق دارة كهربائية على التسلسل باستعمال المكثفة والناقل الأومي وقاطعة $K$ . في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة :



الـــــشكل -1

1. أرسم مخطط الدارة الموصوفة سابقا .
2. مثل على المخطط :
   - جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة .
3. أوجد علاقة بين $u_R$ و $u_C$ .
4. بالاعتماد على قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة $u_C$ .
5. إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل : $u_C=a\times e^{b.t}$ ، حيث $a$ و $b$ ثابتين يطلب تعيين قيمة كل منهما .
6. أكتب العبارة الزمنية للتوتر $u_C=f(t)$ .
7. إن العبارة الزمنية $u_C$ تسمح برسم البيان الشكل-1 :
   - اشرح على البيان الطريقة المتبعة للتأكد من القيم المحسوبة سابقا ( السؤال 5 ) .

## الحل المفصل :




1. **رسم مخطط للدارة الموصوفة** . أنظر المخطط المقابل .
2. **الجهة الحقيقية لمرور التيار الكهربائي في الدارة** : أنظر المخطط المقابل .
3. **إيجاد علاقة بين** $u_R$ و $u_C$ .

لدينا : $u_R=R.i=R\frac{dq}{dt}$ ، و لدينا : $q=C.u_C$ وبالتالي : $u_R=RC\frac{du_C}{dt}$ .

4. **كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة** $u_C$ .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C+u_R=0$ وبالتالي : $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=0$ ومنه :

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=0 \ .$$

5. **تعيين قيمة الثابتين** $a$ و $b$ **ثابتين** .

من الشروط الإبتدائية لدينا : $u_C(0)=E=a=\frac{q(0)}{C}=\frac{0,6\times 10^{-6}}{0,1\times 10^{-6}}=6V$

لدينا : $u_C=a\times e^{b.t}$ وبالتالي : $\frac{du_C}{dt}=ab.e^{b.t}$

ولدينا : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=0$ إذن : $ab.e^{b.t}+\frac{1}{RC}a.e^{b.t}=0$ وبالتالي : $a\left(b+\frac{1}{RC}\right)e^{b.t}=0$

إذن : $b+\frac{1}{RC}=0$ وبالتالي : $b=-\frac{1}{RC}=-\frac{1}{\tau}-\frac{1}{15\times10^{3}\times0,1\times10^{-6}}=\frac{2000}{3}s^{-1}$ .

ومنه : $u_C=E.e^{-\frac{1}{RC}t}$ أي : $u_C=6.e^{-\frac{2000}{3}.t}$ .

**6. تحديد الثابتين $a$ و $b$ بيانيا .**

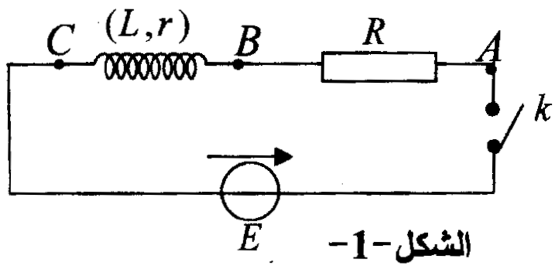
من البيان : لما $t=0$ نجد : $u_C(0)=a=6V$ .

لما $u_C=0,37\times6=2,22V$ نجد : $\tau=0,75\times0,002=1,5\times10^{-3}s$ .

وبالتالي : $b=-\frac{1}{\tau}=-\frac{1}{1,5\times10^{-3}}=-\frac{2000}{3}s^{-1}$ .

## التمرين السابع : رياضيات و تقني رياضي 2009

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :



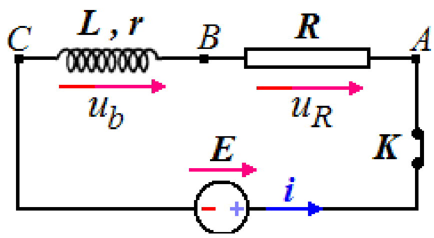
الشكل-1-

- مولد ذي توتر ثابت $(E=12V)$ .
- وشيعة ذاتيتها $(L=300mH)$ ومقاومتها $(r=10\Omega)$ .
- ناقل أومي مقاومته $(R=110\Omega)$ .
- قاطعة $(k)$ (الشكل -1-)

1. في اللحظة $(t=0s)$ نغلق القاطعة $(k)$ :
   - أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة .
2. كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم ؟ وما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي $I_0$ الذي يجتاز الدارة ؟
3. باعتبار العلاقة $i=A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال -1-
   - أ- أوجد العبارة الحرفية لكل من $A$ و $\tau$ .
   - ب-استنتج عبار التوتر الكهربائي $u_{BC}$ بين طرفي الوشيعة .
4. أ- أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_{BC}$ في النظام الدائم .
   - ب- أرسم كيفيا شكل البيان $u_{BC}=f(t)$ .

## الحل المفصل :

**1. كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**




حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t)+u_b(t)=E$

إذن: $Ri(t)+ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$ أي : $(R+r)i(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$

ومنه : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R+r}{L}i(t)=\frac{E}{L}$ .

**2. تحديد سلوك الوشعة في النظام الدائم .**

في النظام الدائم يكون : $i(t)=I_0=Cte$ ، وبالتالي : $\frac{di(t)}{dt}=0$ ، إذن : $u_b=r.i$ . ومنه الوشيعة تسلك سلوك ناقل أومي مقاومته $r$ .

وبالتالي : $\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ أي: $I_0=\frac{E}{R+r}=\frac{12}{120}=0,1A$ .

**3. أ- إيجاد العبارة الحرفية لكل من $A$ و $\tau$ .**

لدينا : $i=A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt}=\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

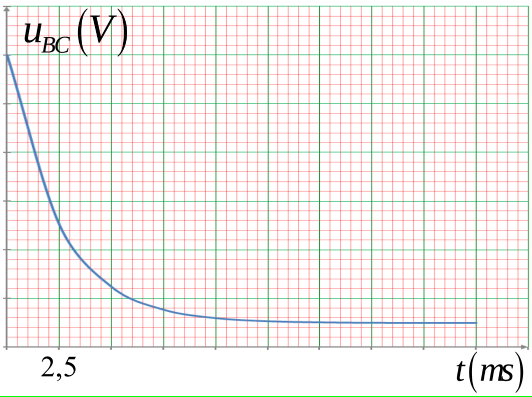
ولدينا $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R+r}{L}i(t)=\frac{E}{L}$ وبالتالي : $\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{R+r}{L}A-\frac{R+r}{L}Ae^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{L}$ ، أي : $A\left(\frac{1}{\tau}-\frac{R+r}{L}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{R+r}{L}A=\frac{E}{L}$ .

إذن : $\frac{1}{\tau}-\frac{R+r}{L}=0$ و $\frac{R+r}{L}A=\frac{E}{L}$ ، ومنه : $\tau=\frac{L}{R+r}$ و $A=\frac{E}{R+r}=I_0$ .

**ب– استنتج عبار التوتر الكهربائي $u_{BC}$ بين طرفي الوشيعة .**

لدينا : $i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$ ، وبالتالي: $\frac{di}{dt}=\frac{E}{L}e^{-\frac{R+r}{L}t}$ .

إذن : $u_{BC}=L\frac{di}{dt}+r.i=L.\frac{E}{L}e^{-\frac{R+r}{L}t}+r.\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$ . أي : $u_{BC}=Ee^{-\frac{R+r}{L}t}+\frac{r}{R+r}E-\frac{r}{R+r}Ee^{-\frac{R+r}{L}t}$ .




ومنه : $u_{BC}=\frac{r}{R+r}E+\frac{R}{R+r}Ee^{-\frac{R+r}{L}t}$ .

أي : $u_{BC}=\frac{10}{120}.12+\frac{110}{120}.12e^{-\frac{120}{0,3}t}$ ، ومنه : $u_{BC}=1+11.e^{-400.t}$ .

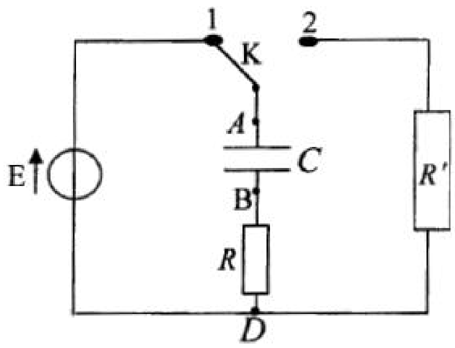
**4. أ– حساب قيمة التوتر الكهربائي $u_{BC}$ في النظام الدائم .**

في النظام الدائم لدينا : $I_0=0,1A$ و ، $u_{BC}=r.I_0$ . ومنه $u_{BC}=10\times0,1=1V$.

**ب– رسم كيفي لشكل البيان** $u_{BC}=f(t)$ . (البيان بالشكل المقابل)

## التمرين الثامن : **رياضيات و تقني رياضي 2009**

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز :




- مكثفة سعتها $(C)$ غير مشحونة .
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $(R=R'=470\Omega)$ .
- مولد ذي توتر ثابت $(E)$ .
- بادلة $(k)$ ، أسلاك توصيل .

1. نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة $(t=0)$ :

أ– بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثل بالأسهم التوترين $u_C$ ، $u_R$ .

ب–عبر عن $u_C$ و $u_R$ بدلالة شحنة المكثفة $q=q_A$ ، ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q$ .

جـ– تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل : $q(t)=A\left(1-e^{-\alpha.t}\right)$ . عبر عن $A$ و $\alpha$ بدلالة $C$ ، $R$ ، $E$ .

د– إذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $(5V)$ ، استنتج قيمة $(E)$ .

هـ– عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة $(E_C=5mJ)$ ، استنتج سعة المكثفة $(C)$ .

2. نجعل الآن البادلة عند الوضع (2) :

أ– ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب–قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة $k$ .

## الحل المفصل :

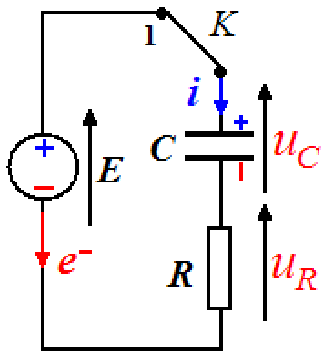
**1. أ– تمثيل الأسهم الممثلة لفروق الكمون** . التمثيل بالصفحة الموالية .

**ب– كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**

لدينا : $u_R=R.i=R\frac{dq}{dt}$ و $u_C=\frac{q}{C}$ .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R+u_C=E$ .

وبالتالي : $R\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{q}{C}=E$ ، ومنه : $\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{RC}q=\dfrac{E}{R}$ .




**جـ- إيجاد عبارة $A$ و $\alpha$ بدلالة $C$ ، $R$ ، $E$** .

لدينا : $q(t)=A\left(1-e^{-\alpha.t}\right)$ وبالتالي : $\dfrac{dq(t)}{dt}=A\alpha e^{-\alpha.t}$ .

لدينا : $\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{RC}q=\dfrac{E}{R}$ ، إذن : $A\alpha e^{-\alpha.t}+\dfrac{1}{RC}A\left(1-e^{-\alpha.t}\right)=\dfrac{E}{R}$ ،

أي : $A\left(\alpha-\dfrac{1}{RC}\right)e^{-\alpha.t}+\dfrac{A}{RC}=\dfrac{E}{R}$ .

إذن : $\alpha-\dfrac{1}{RC}=0$ و $\dfrac{A}{RC}=\dfrac{E}{R}$ ومنه : $\alpha=\dfrac{1}{RC}$ و $A=CE$ .

وبالتالي : $q(t)=CE\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ .

**د- إيجاد قيمة $E$** . عن نهاية الشحن تكون الدارة في النظام الدائم ، إذن : $i=0$ وبالتالي : $u_R=0$ إذن : $u_C=E$ ، ومنه : $E=5V$ .

**هـ- إيجاد سعة المكثفة $C$** .

لدينا : $E_C=\dfrac{1}{2}CE^2$ وبالتالي : $C=\dfrac{2E_C}{E^2}=\dfrac{2\times5\times10^{-3}}{5^2}=4\times10^{-4}F$ . ومنه : $C=400\mu F$ .

**3. أ- التفسير** : عند جعل البادلة في الوضعية 2 تتفرغ الطاقة المخزنة بالمكثفة في الناقل الأومي وتتحول إلى طاقة حرارية .

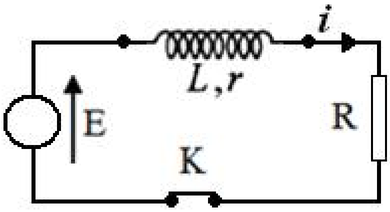
**ب- مقارنة ثابتي الزمن للوضعين 1 و 2** .

**دارة الشحن** : $\tau_1=RC=470\times4\times10^{-4}=0{,}188s$ . **دارة التفريغ** : $\tau_2=(R+R')C=2RC=2\times470\times4\times10^{-4}=0{,}276s$ .

ثابت الزمن لدارة التفريغ ضعف ثابت الزمن في دارة الشحن .

## التمرين التاسع : **علوم تجريبية 2010**

نريد تعين $(L,r)$ مميزتي وشيعة ، نربطها في دارة كهربائية على التسلسل مع :

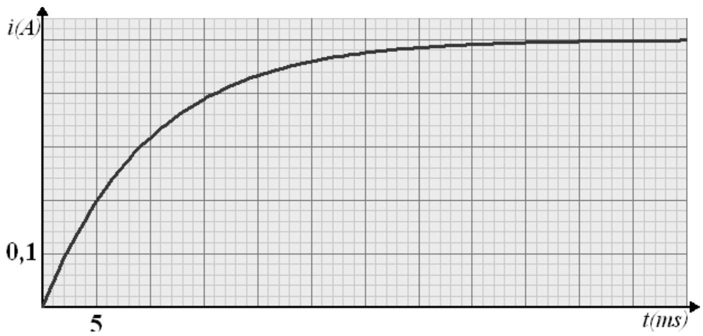



الشـــكل -1

- مولد كهربائي ذي توتر كهربائي ثابت $E=6V$ .
- ناقل أومي مقاومته $R=10\Omega$ .
- قاطعة $k$ ( الشكل-1 ) .

1. نغلق القاطعة $k$ ، أكتب عبارة كل من :
   - $u_R$ : التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $R$ .
   - $u_b$ : التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة .
2. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية للتيار الكهربائي $i(t)$ المار بالدارة .
3. بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل :

$$i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right) .$$




الشـــكل -2

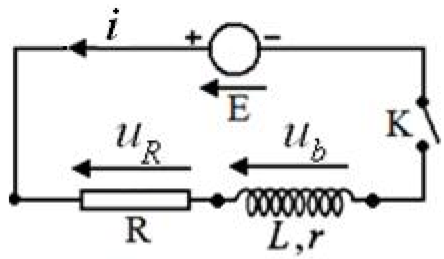
4. مكنت الدراسة التجريبية بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة ورسم البيان الممثل له في ( الشكل -2 ) . بالاستعانة بالبيان أحسب :
   - أ- المقاومة $r$ للوشيعة .
   - ب-قيمة $\tau$ ثابت الزمن ، ثم استنتج قيمة $L$ ذاتية الوشيعة .
5. أحسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم .

## الحل المفصل :

**1. كتابة عبارة كل من $u_R$ و $u_b$** .

عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $R$ هو : $u_R = R.i$ .

عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة هو : $u_b = r.i + L\frac{di}{dt}$ .




**2. إيجاد المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_b = E$

وبالتالي : $R.i + r.i + L\frac{di}{dt} = E$ ؛ إذن : $(R+r)i + L\frac{di}{dt} = E$ ،

ومنه : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$ .

**3. إثبات حل المعادلة التفاضلية .**

لدينا : $i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r}\left(\frac{(R+r)}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$ ؛ أي : $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$ .

إذن : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t} + \frac{(R+r)}{L}.\frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$ .

وبالتالي : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t} + \frac{E}{L} - \frac{E}{L}e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$ ؛ ومنه : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$ .

إذن نستنتج أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل : $i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$ .

**4. أ- تحديد المقاومة $r$ للو شيعة .**

لدينا في النظام الدائم : $I_0 = \frac{E}{(R+r)}$ ، إذن : $r = \frac{E}{I_0} - R$ ، ولدينا من البيان : $I_0 = 0,5A$ وبالتالي : $r = \frac{6}{0,5} - 10 = 2\Omega$ .

**ب- تحديد $\tau$ ، و استنتاج قيمة $L$ .**

من البيان لدينا فاصلة نقطة تقاطع مماس البيان عند المبدأ والمقارب هي : $\tau = 10ms$ ( أو هي فاصلة النقطة ذات الترتيب $i = 0,63.I_0 = 0,315A$ ) .

ولدينا : $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، وبالتالي : $L = \tau(R+r)$ ، إذن : $L = 10\times10^{-3}\times12$ ، ومنه : $L = 0,12H$ .

**جـ- حساب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الو شيعة في حالة النظام الدائم .**

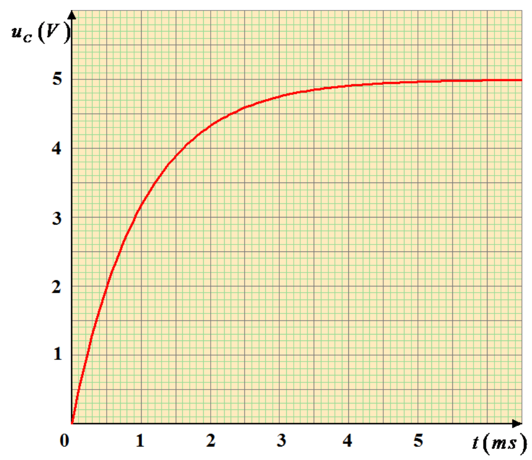
لدينا : $E_{max}(L) = \frac{1}{2}L.I_0^2 = 0,12\times10^{-2}\times(0,5)^2$ ، $E_{max}(L) = 1,5\times10^{-2}J$ .

## التمرين العاشر : علوم تجريبية 2010

نحقق دارة كهربائية على التسلسل تتكون من :

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5V$ .
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ .
- مكثفة سعتها $C$ .
- قاطعة $k$.

نوصل طرفي المكثفة $A$ ، $B$ إلى واجهة دخول لجهاز إعلام آلي وعولجت المعطيات ببرمجية " Microsoft Excel" وتحصلنا على المنحنى البياني $u_C = u_{AB} = f(t)$ (الشكل -2) .



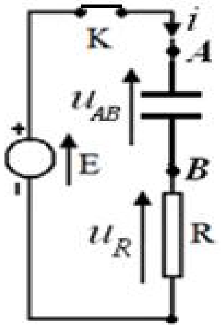

الشـــــكل -2

1. إقترح مخططا للدارة موضحا إتجاه التيار ثم مثل بسهم كلا من التوترين $u_R$ و $u_C$ .
2. عين قيمة ثابت الزمن $\tau$ للدارة وما مدلوله الفيزيائي ؟ استنتج قيمة سعة المكثفة $C$ .

3. أحسب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم .

4. لو استبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة أخرى سعتها $C'=2C$ ، أرسم كيفيا في نفس المعلم السابق شكل المنحنى $u_{C'}=g(t)$ الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز مع التعليل .

## الحل المفصل :



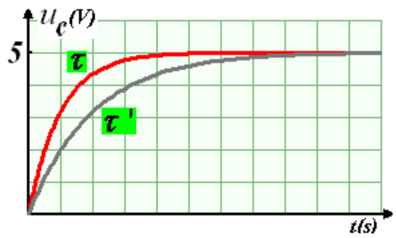

**1. مخطط الــــدارة الكهربائية .**

التمثيل الموافق للدارة بالشكل المقابل .

**2. تعيين قيمة ثابت الزمن $\tau$ .**

من البيان لدينا : $\tau=1ms$ ، وهو الزمن اللازم لبلوغ شحنة المكثفة القيمة $63\%$ من قيمة شحنتها العظمى .

لدينا : $\tau=R.C$ وبالتالي : $C=\frac{\tau}{R}$ ومنه : $C=\frac{10^{-3}}{100}=10^{-5}F=10\mu F$ .




**3. حساب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم .**

لدينا : $Q_{\max}=C.E$ ، وبالتالي : $Q_{\max}=5\times10^{-5}C$

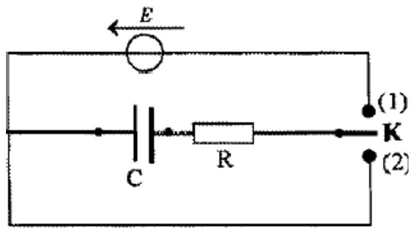
**4. رسم منحنى $u_C$ .**

لدينا : $\tau=RC$ و $\tau'=RC'=2RC$ وبالتالي : $\tau'=2\tau$

## التمرين الحادي عشر : رياضيات و تقني رياضي 2010

بغرض شحن مكثفة فارغة ، سعتها $C$ ، نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E=5V$ ومقاومته الداخلية مهملة .
- ناقل أومي مقاومته $R=120\Omega$ .
- بادلة $K$ (الشكل -2) .




(الشكل-2)

1. لمتابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C$ بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن ، نوصل مقياس فولطمتر رقمي بين طرفي المكثفة وفي اللحظة $t=0$ ، نضع البادلة في الوضع (1) . وبالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولطمتر الرقمي لمدة معينة وبمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية :

| $t(ms)$ | 0 | 4 | 8 | 16 | 20 | 24 | 32 | 40 | 48 | 60 | 68 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_C(V)$ | 0 | 1,0 | 2,0 | 3,3 | 3,8 | 4,1 | 4,5 | 4,8 | 4,9 | 5,0 | 5,0 | 5,0 |

أ- ارسم البيان $u_C=f(t)$ .

ب-عين بيانيا قيمة ثابت الزمن $\tau$ لثنائي القطب $RC$ واستنتج قيمة السعة $C$ للمكثفة .

2. كيف تتغير قيمة ثابت الزمن $\tau$ في الحالتين ؟

- الحـــالة (أ) : من أجل مكثفة سعتها $C'$ حيث $C'>C$ و $R=120\Omega$ .
- الحالة (ب) : من أجل مكثفة سعتها $C''$ حيث $C''=C$ و $R<120\Omega$ .

ارسم كيفيا ، في نفس المعلم المنحنيين (1) و (2) المعبرين عن $u_C(t)$ في الحالتين (أ) و (ب) السابقتين .

3. أ- بين أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعبارة : $\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{RC}q(t)=\frac{E}{R}$ .

ب- يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة $q(t)=Ae^{\alpha t}+B$ حيث $A$ و $\alpha$ و $B$ ثوابت يطلب تعينها ، علما أنه في اللحظة $t=0$ تكون $q(0)=0$ .

4. المكثفة مشحونة نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة .

أ- احسب في اللحظة $t=0$ الطاقة الكهربائية المخزنة $E_0$ في المكثفة .

ب-ما هو الزمن اللازم الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E=\frac{E_0}{2}$ ؟

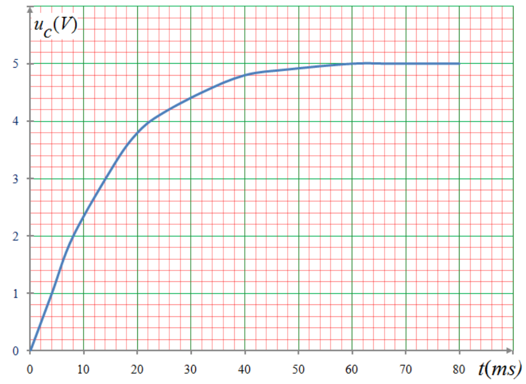
## الحل المفصل :

1. أ- **رسم البيان :** $u_C=f(t)$ . الشكل بالصفحة الموالية .

ب– تحديد ثابت الزمن .

من البيان لما : $u_C = 0,63\times 5 = 3,15V$ ، نجد : $\tau = 16ms$ .

ولدينا : $\tau = R.C$ وبالتالي : $C = \frac{\tau}{R} = \frac{16\times 10^{-3}}{120} = 13,3\times 10^{-5}F$ .



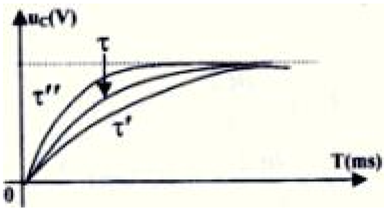

2. الحـــــالة أ :

ثابت الزمن $\tau$ وسعة المكثفة متناسبان طردا وبالتالي : لما $C' > C$ ، يكون : $\tau' > \tau$ .

الحـــــالة ب :

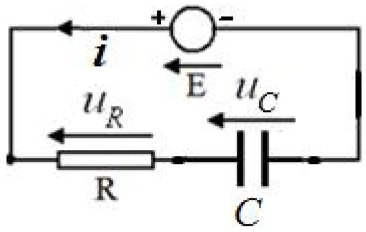
ثابت الزمن $\tau$ مقاومة الناقل الأومي متناسبان طردا وبالتالي : لما $R' < R$ يكون : $\tau' < \tau$ .

**التمثيل الكيفي** : البيان بالشكل المقابل .




3. أ– كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_C = E$ .




حيث : $u_R = R.i = R\frac{dq}{dt}$ و $u_C = \frac{q}{C}$ .

وبالتالي : $R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$ ومنه : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$ .

ب– تحديد عبارة $A$ ، $B$ و $\alpha$ .

لدينا : $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$ ، وبالتالي : $\frac{dq}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$

ولدينا : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$ إذن : $A\alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC}\left(Ae^{\alpha t} + B\right) = \frac{E}{R}$ . وبالتالي : $A\left(\alpha + \frac{1}{RC}\right)e^{\alpha t} + \frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$ .

إذن : $\alpha + \frac{1}{RC} = 0$ و $\frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$ ، ومنه : $\alpha = -\frac{1}{RC}$ و $B = CE$ .

ولدينا من الشروط الإبتدائية : $q(0) = A + B = 0$ ( المكثفة فارغة ) ، وبالتالي : $A = -B = -CE$ . ومنه : $q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

**4.** أ– حساب الطاقة الكهربائية العظمى .

لدينا : $E_0 = \frac{1}{2}CE^2$ ، وبالتالي : $E_0 = \frac{1}{2}\times 13,3\times 10^{-5}\times 5^2 = 1,66\times 10^{-3}J$ .

ب– تحديد زمن النصف .

لدينا : $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$ ومنه : $t_{1/2} = \frac{16}{2}\times 0,693 = 5,54ms$ .

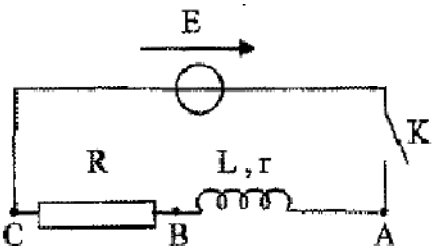
## التمرين الثاني عشر : رياضيات وتقني رياضي 2010

تتكون دارة كهربائية من العناصر التالية مربوطة على التسلسل :

وشيعة ذاتيتها $L$ ومقاومتها $r$ ، ناقل أومي مقاومته $R = 17,5\Omega$ ، مولد ذي توتر ثابت $E = 6,00V$ ،

قاطعة كهربائية $K$ (الشكل –3) نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ .

سمحت برمجية للإعلام الآلي بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة مع مرور الزمن ومشاهدة البيان : $i = f(t)$ (الشكل –4) .



الشـــــكل –3

1. بالاعتماد على البيان :

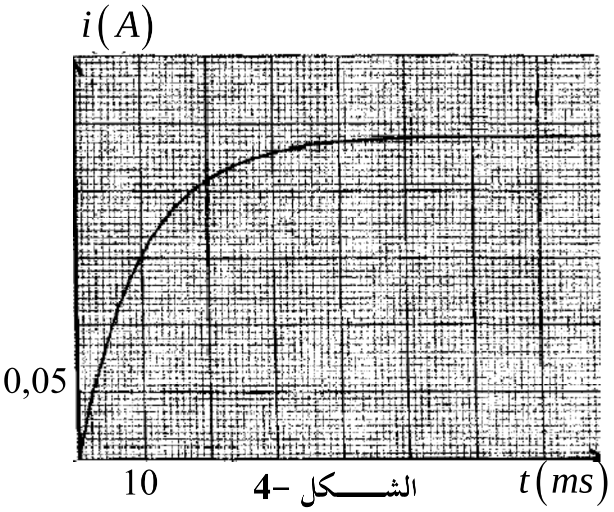
أ– استنتج قيم كل من شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم ، قيمة ثابت الزمن $\tau$ للدارة .

ب–احسب كل من المقاومة $r$ و الذاتية $L$ *للوشيعة* .

2. في النظام الإنتقالي :

أ- بتطبيق قانون التوترات أثبت أن: $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}$ حيث $I_0$ شدة التيار في النظام الدائم

ب-بين أن حل المعادلة هو من الشكل : $i=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ .




الشـــكل -4

3. نعتبر الآن قيمة الذاتية $L$ للوشيعة وبمعالجة المعطيات ببرمجية إعلام آلي نسجل قيم $\tau$ ثابت الزمن للدارة لنحصل على جدول القياسات التالي :

| $\tau(ms)$ | 4 | 8 | 12 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| $L(H)$ | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

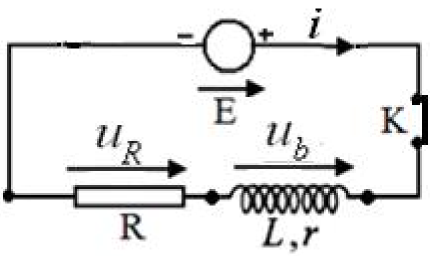
أ- ارسم البيان : $L=h(\tau)$ .

ب-اكتب معادلة البيان .

جـ- استنتج قيمة مقاومة الوشيعة $r$ ، هل تتوافق هذه القيمة مع القيمة المحسوبة في السؤال 1-ب؟

## الحل المفصل :

**1. أ- إيجاد شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم وتحديد ثابت الزمن .**




من البيان في النظام الدائم لدينا : $I_0=0,24A$ .

من البيان لما : $i=0,24\times0,63\approx0,15A$ لدينا : $\tau\approx10ms$ .

**ب- حساب مقاومة الوشيعة وذاتيتها .**

لدينا في النظام الدائم : $I_0=\frac{E}{R+r}$ وبالتالي : $r=\frac{E}{I_0}-R$ إذن : $r=\frac{6}{0,24}-17,5=7,5\Omega$ .

ولدينا : $\tau=\frac{L}{R+r}$ وبالتالي : $L=\tau(R+r)$ إذن : $L=10\times10^{-3}(17,5+7,5)=0,25H$ .

**2. كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $E=u_R+u_b$ ، حيث $u_R=R.i$ و $u_b=r.i+L\frac{di}{dt}$ .

وبالتالي : $(R+r)i+L\frac{di}{dt}=E$ إذن : $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i=\frac{E}{L}$ .

لكن : $\tau=\frac{L}{R+r}$ و $E=(R+r)I_0=\frac{L.I_0}{\tau}$ .ومنه تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل : $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}$ .

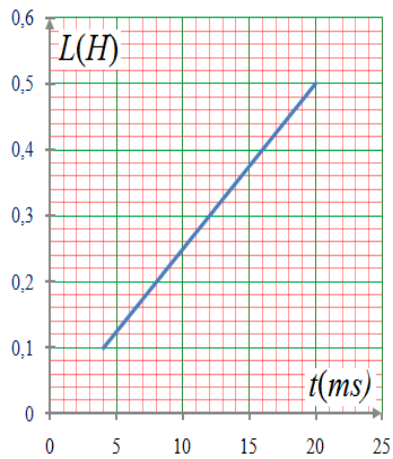
**ب- إثبات حل المعادلة التفاضلية .**

لدينا . $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt}=\frac{I_0}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

إذن : $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{I_0}{\tau}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

أي : $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{I_0}{\tau}-\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{I_0}{\tau}$ .

ومنه : العبارة $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .




**3. أ- رسم البيان** $L=h(\tau)$ : أنظر الشكل المقابل .

**ب-كتابة معادلة البيان :**

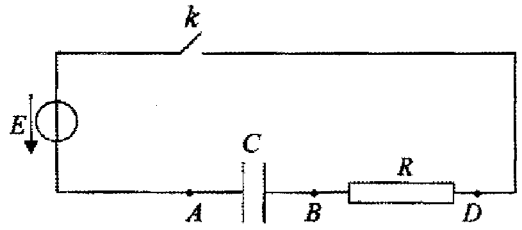
البيان عبارة عن خط مستقيم تمديده يمر بالمبدأ معادلته من الشكل : $L=a.\tau$ .

حيث : $a$ ميله و $a=\frac{\Delta L}{\Delta\tau}=\frac{0,5-0,1}{(20-4)\times10^{-3}}=25H.s^{-1}=25\Omega$ ، وبالتالي معادلة البيان هي : $L=25.\tau$ .

لدينا : $L=(R+r).\tau$ أي : $a=R+r$ ، وبالتالي : $r=a-R=25-17,5=7,5\Omega$ ، وهي نفسها القيمة المحسوبة سابقا .

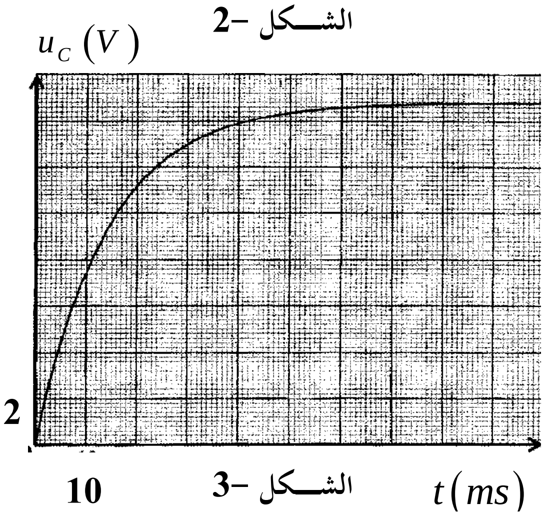
نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- ناقل أومي مقاومته $R = 500\Omega$ .
- مكثفة سعتها $C$ غير مشحونة .
- مولد ذي توتر كهربائي ثابت $E$ .
- قاطعة $K$ (الشكل -2) .




الشـــكل -2

مكنت متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة برسم البيان (الشكل -3).




الشـــكل -3

1. عمليا يكتمل شحن المكثفة عندما يبلغ التوتر الكهربائي بين طرفيها 99% من قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .

اعتمادا على البيان :

أ- عين قيمة ثابت الزمن $\tau$ وقيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم احسب سعة المكثفة $C$ .

ب- حدد المدة الزمنية $t'$ لاكتمال عملية شحن المكثفة .

جـ- ما هي العلاقة بين $t'$ و $\tau$ .

2. بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_{AB} = u_C(t)$ ، ثم بين أنها تقبل حلا من الشكل : $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ .

3. أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة $E_C$ في المكثفة عند اللحظات $t_0 = 0$ ، $t_1 = \tau$ ، $t_2 = 5\tau$ .

4. توقع (رسم كيفي) شكل المنحنى $E_C = f(t)$ .

## الحل المفصل :

**1. أ- تعين ثابت الزمن $\tau$ و التوتر بين طرفي المولد $E$ ، ثم حساب سعة المكثفة $C$.**

مماس البيان عند المبدأ ، يقطع المقارب في النقطة ذات الفاصلة : $\tau = 14ms$ .

يبلغ التوتر بين طرفي المكثفة قيمة عظمى : $E = 7,4 \times 2 = 14,8V$ .

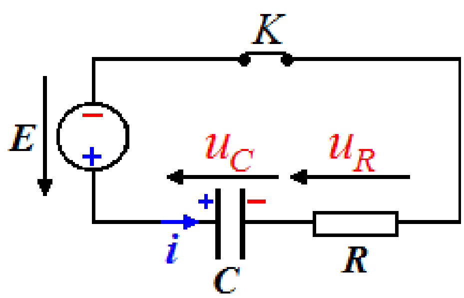
لدينا : $\tau = RC$ وبالتالي : $C = \frac{\tau}{R} = \frac{14\times10^{-3}}{500} = 2,8\times10^{-5}F = 28\mu F$ .

**ب- تحديد المدة الزمنية $t'$ لاكتمال عملية شحن المكثفة .**

يبلغ التوتر بين طرفي المكثفة قيمته العظمى ( $U_C = 0,99.E = 14,65V$ ) إبتداء من اللحظة : $t' = 70ms$ .

**جـ- تحديد العلاقة بين $t'$ و $\tau$** : نلاحظ أن $t' = 5\tau$ .

**2. كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**




حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_C = E$ .

حيث : $u_R = R.i = R\frac{dq}{dt} = RC\frac{du_C}{dt}$

وبالتالي : $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ ومنه : $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$ .

**- إثبات حل للمعادلة التفاضلية .**

لدينا $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ وبالتالي : $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}$ .

إذن : $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC}.E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}$ . ( حيث : $\tau = RC$ )

**3. إيجاد أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة $E_C$ في المكثفة .**

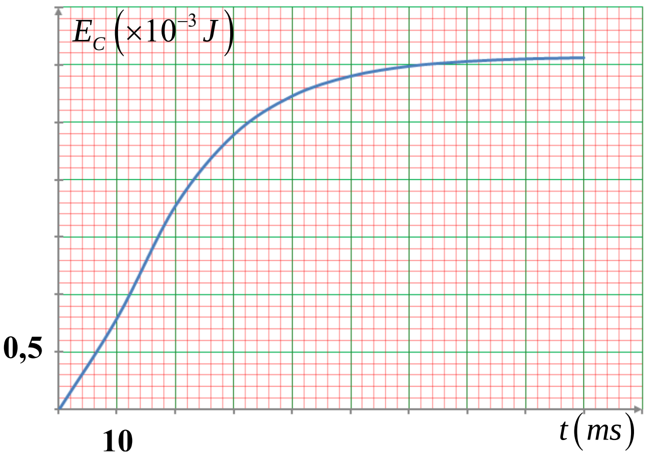
لدينا : $E_C = \frac{1}{2}C.u_C^2 = \frac{1}{2}\times 2,8\times10^{-5}.u_C^2$ ،

وبالتالي : $E_C = 1,4\times10^{-5}.u_C^2$ .

| $t(ms)$ | $u_C(V)$ | $E_C(Joule)$ |
|---|---|---|
| $t_0 = 0$ | $0$ | $0$ |
| $t_1 = \tau = 14$ | $9,324$ | $1,22\times10^{-3}$ |
| $t_2 = 5\tau = 70$ | $14,652$ | $3,01\times10^{-3}$ |

**4.** رسم كيفي لشكل المنحنى $E_C = f(t)$ .

أنظر البيان المقابل




## التمرين الرابع عشر : علوم تجريبية 2011

مكثفة سعتها $C$ شحنت كليا تحت توتر ثابت $E = 6V$ . من أجل معرفة سعتها $C$ نقوم بتفريغها في ناقل أومي مقاومته $R = 4k\Omega$ .

1. ارسم مخطط دارة التفريغ .
2. لمتابعة تطور التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة خلال الزمن نستعمل جهاز فولط متر رقمي وميقاتية إلكترونية .

أ– كيف يتم ربط جهاز الفولط متر في الدارة ؟

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0ms$ ونسجل نتائج المتابعة في الجدول التالي :

| $t(ms)$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_C(V)$ | 6,00 | 4,91 | 4,02 | 3,21 | 2,69 | 1,81 | 1,21 | 0,81 | 0,54 |

ب–ارسم المنحنى البياني الممثل للدالة $u_C = f(t)$ على ورقة ميليمترية ، **أرفقها مع ورقة إجابتك** .

جـ– عين بيانيا قيمة ثابت الزمن $\tau$ .

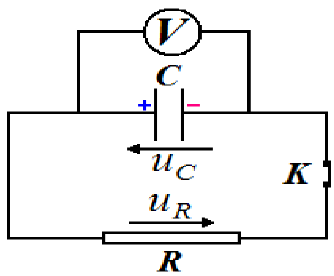
د– احسب سعة المكثفة $C$ .

3. أ– بتطبيق قانون جمع التوترات ، اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ .

ب– المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة $u_C(t) = Ae^{-\alpha t}$ حلا لها ، حيث $\alpha$ ، $A$ ثابتان يطلب تعينهما .

## الحل المفصل :

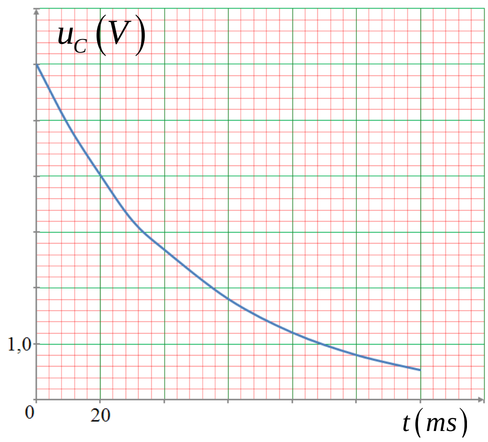
**1. مخطط دارة التفريغ** : الشكل المقابل




**2.** **أ–** يتم ربط جهاز الفولط متر في الدارة : على التفرع الشكل المقابل .

**ب– رسم البيان** $u_C = f(t)$ .

البيان موضح بالشكل المقابل .




**جـ– تعين قيمة ثابت الزمن** $\tau$ .

من البيان لما $u_C = 0,37\times E = 0,37\times 6 = 2,22V$ . نجد : $\tau = 50ms$ .

**د– احسب سعة المكثفة** $C$

لدينا : $\tau = RC$ وبالتالي : $C = \frac{\tau}{R} = \frac{50\times10^{-3}}{4\times10^{3}} = 12,5\times10^{-6}F$

**3.** **أ– كتابة المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائية** $u_C(t)$ .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C + u_R = 0$ . وبالتالي : $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$ ومنه : $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$ .

**ب– تعين الثابتتان** $\alpha$ ، $A$ .

من الشروط الإبتدائية لدينا : $u_C(0)=E=A$

لدينا : $u_C(t)=Ae^{-\alpha t}$ وبالتالي : $\dfrac{du_C}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$

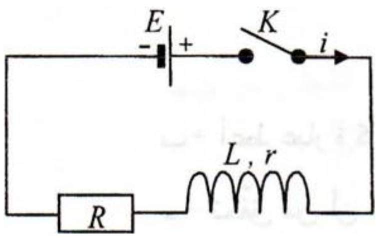
ولدينا : $\dfrac{du_C}{dt}+\dfrac{1}{RC}u_C=0$ إذن : $-\alpha Ae^{-\alpha .t}+\dfrac{1}{RC}Ae^{-\alpha t}=0$ وبالتالي : $A\left(-\alpha+\dfrac{1}{RC}\right)e^{-\alpha .t}=0$ ، ومنه : $\alpha=\dfrac{1}{RC}$

إذن : $u_C=E.e^{-\frac{1}{RC}t}$ ، أي : $u_C(t)=6.e^{-20.t}$ .

## التمرين الخامس عشر : **علوم تجريبية 2011**

تحتوي دارة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل ( الشكل-2 )

- مولد ذي توتر ثابت $E$ .
- وشيعة ذاتيتها $L$ ومقاومتها $r$ .
- ناقل أومي مقاومته $R=100\Omega$ .
- قاطعة $K$ .

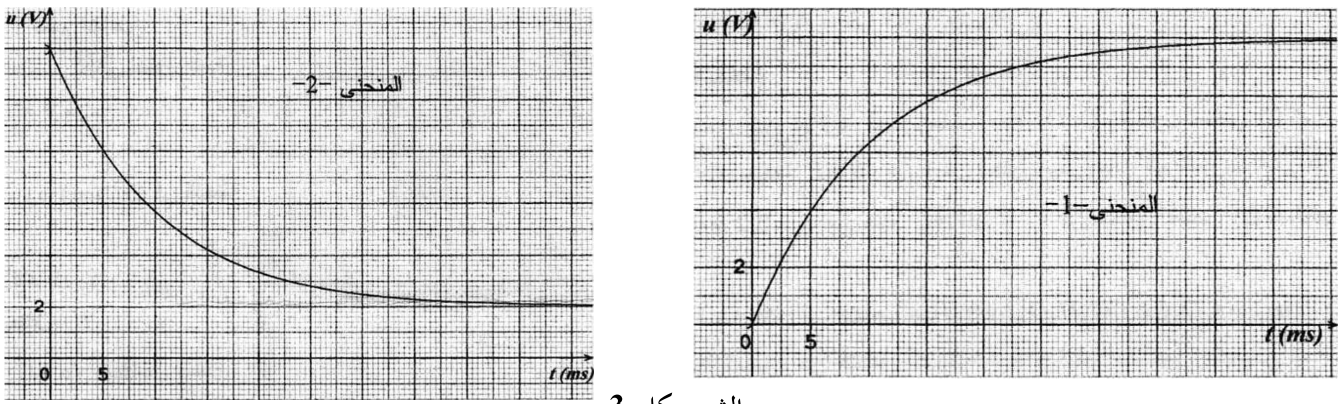



**الشـــــكل-2**

للمتابعة الزمنية لتطور التوتر بين طرفي كل من الوشيعة $u_b(t)$ والناقل الأومي $u_R(t)$ نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .

1. أ- بيّن كيف يمكن ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة لمشاهدة كل من $u_b(t)$ و $u_R(t)$ ؟

ب- نغلق القاطعة في اللحظة $t=0s$ فنشاهد على الشاشة البيانيين الممثلين للتوترين $u_b(t)$ و $u_R(t)$ ( الشكل-3 ) .




**الشـــــكل-3**

- انسب كل منحنى للتوتر الموافق له . مع التعليل .

2. أ- اثبت أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة تكون من الشكل : $\dfrac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$ .

ب- أعط عبارة كل من $A$ و $B$ بدلالة $E$ و $L$ و $r$ و $R$ .

جـ- تحقق من أن العبارة $i(t)=\dfrac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ هي حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

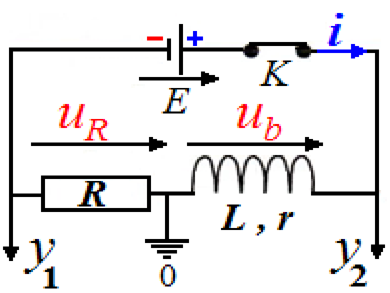
د- احسب شدة التيار في النظام الدائم $I_0$ .

هـ- احسب كل من $E$ و $r$ و $\tau$ و $L$ .

و- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة بالوشيعة .

## الحل المفصل :

**1. أ- توضيح كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة .**




الشكل المقابل : على المدخل $y_1$ نشاهد $u_b(t)$ ؛ و على المدخل $y_1$ نشاهد $u_R(t)$ .

**ب- انساب كل منحنى للتوتر الموافق .**

بعد غلق القاطعة تتزايد شدة التيار الكهربائي بالدارة وبالتالي يتزايد فرق الكمون $u_R(t)$ ( لأن : $u_R=R.i$ ) ،
ويتناقص فرق الكمون $u_b(t)$ ( لأن : $u_b=E-u_R$ ) .

ومنه : المنحنى 1- يوافق فرق الكمون $u_R(t)$ ؛ و المنحنى 2- يوافق فرق الكمون $u_R(t)$ .

**2. أ- كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t)+u_b(t)=E$ إذن: $Ri(t)+ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$ أي : $(R+r)i(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$

ومنه : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R+r}{L}i(t)=\frac{E}{L}$ ؛ وهي من الشكل : $\frac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$ .

**ب- إعط عبارة كل من $A$ و $B$ .** بالمطابقة نجد : $A=\frac{R+r}{L}$ و $B=\frac{E}{L}$

**جـ- التحقق من حل المعادلة .**

لدينا : $i(t)=\frac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ وبالتالي : $\frac{di(t)}{dt}=B.e^{-At}$ .

إذن : $\frac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B.e^{-At}+A.\frac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)=B.e^{-At}+B-B.e^{-At}$ ؛ أي : $\frac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$ .

ومنه : $i(t)=\frac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية ، أي : $i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$ .

**د- احسب شدة التيار في النظام الدائم $I_0$ .**

من المنحني-1 : في النظام الدائم نجد : $U_R=10V$ ؛ ولدينا : $U_R=R.I_0$ ؛ وبالتالي : $I_0=\frac{U_R}{R}=\frac{10}{100}=0,1A$ .

**هـ- حساب كل من $E$ و $r$ و $\tau$ و $L$ .**

من المنحني-1 و 2 في النظام الدائم لدينا : $U_R=10V$ و $U_b=2V$ ، وبالتالي : $E=U_b+U_R=10+2=12V$ .

ولدينا : $U_b=r.I_0$ ، وبالتالي : $r=\frac{U_b}{I_0}=\frac{2}{0,1}=20\Omega$ .

من المنحني 1- : لما $u_R=0,63\times U_R=6,3V$ ، نجد : $\tau=10ms$ .

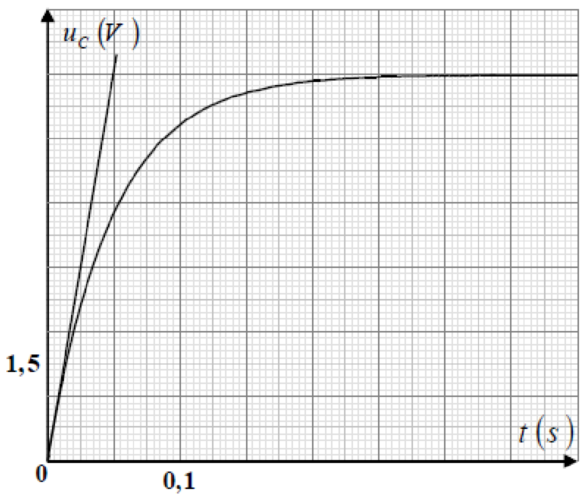
ولدينا : $\tau=\frac{L}{R+r}$ وبالتالي : $L=\tau(R+r)=10\times10^{-3}\times120=0,12H$ .

**و- حسب الطاقة الأعظمية المخزنة بالوشيعة .**

لدينا : $E(L)=\frac{1}{2}L.I_0^2$ ، وبالتالي : $E(L)=\frac{1}{2}\times0,12\times(0,1)^2=6\times10^{-2}J$ .

## التمرين السادس عشر : رياضيات وتقني رياضي 2010

نحقق الدارة ( الشكل-5) والتي تتكون من مولد لتوتر ثابت $E=6,0V$ ، ومكثفة سعتها $C=250\mu F$ وناقلين أوميين متماثلين مقاومة كل منهما $R=200\Omega$ وبادلة $K$ .



الشـــــــكل -5-

**أولا** : نضع البادلة على الوضع 1 :

1. أ- أعط رسم الدارة ( الشكل-5) مبينا عليها جهة انتقال حاملات الشحنة وما طبيعتها ؟ حدد شحنة كل لبوس وجهة التيار .

ب- ذكر بالعلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ والعلاقة بين $u_C(t)$ و $q(t)$ ثم استنتج العلاقة بين $i(t)$ و $u_C(t)$ .

2. أ- أوجد العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ وبين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ هي من الشكل : $\tau_1\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=A$ .

ب- أوجد القيمة العددية لكل من $\tau_1$ ، $A$ .

جـ- أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة $\tau_1$ . عرفه .

3. أ– إقرأ على المنحنى البياني ( الشكل –6 ) قيمة ثابت الزمن $\tau_1$ ، وقارنها بالقيمة المحسوبة سابقا .

ب– حدد بيانيا المدة الزمنية $\Delta t$ الصغرى اللازمة لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة . قارنها مع $\tau_1$

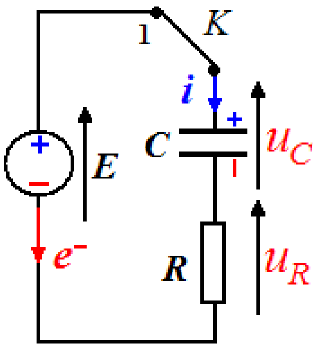
**ثانيا** : نضع البادلة على الوضع 2 .

أ– ما الظاهرة الفيزيائية التي تحدث ؟ أكتب المعادلة التفاضلية لـــ $u_C(t)$ الموافقة .

**ب–** أحسب $\tau_2$ ، قارنها بـــ $\tau_1$ . ماذا تستنتج ؟

ج– مثل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_C(t)$ مستعينا بالقيم المميزة .

## الحل المفصل :




**أولا** : البادلة على الوضع 1 :

**1.** أ– **مخطط الدارة** . الشكل المقابل .

حاملات الشحنة هي الإلكترونات .

**ب– كتابة العلاقات المطلوبة** .

لدينا : $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}$ و $q(t)=C.u_C(t)$ ، وبالتالي : $i(t)=C.\dfrac{du_C(t)}{dt}$ .

**2.** أ– **كتابة المعادلة التفاضلية** .

لدينا : $u_R=R.i(t)=RC.\dfrac{du_C(t)}{dt}$ . حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t)+u_C(t)=E$ .

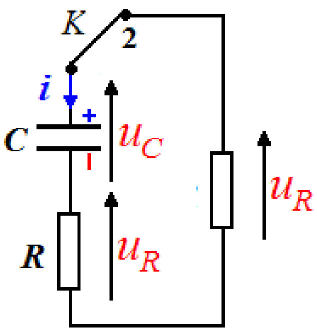
وبالتالي : $RC.\dfrac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=E$ . وهي من الشكل : $\tau_1\dfrac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=A$ .

**ب– إيجاد القيمة العددية لكل من** $\tau_1$ ، $A$ .

بالمطابقة : $\tau_1=RC=200\times250\times10^{-6}=5\times10^{-2}s$ و $A=E=6V$ .

**ج– إيجاد وحدة** $\tau_1$ **؛ وتعريفه** .

من المعادلة التفاضلية نستنتج أن : $[\tau_1]\left[\dfrac{du_C(t)}{dt}\right]=[U]$ ، أي : $[\tau_1]\dfrac{[U]}{[T]}=[U]$ ومنه : $[\tau_1]=[T]$ .




**تعريفه** : هو المدة الضرورية لشحن المكثفة بنسبة 63% .

**3.** أ– **تحديد قيمة** $\tau_1$ .

مماس البيان يقطع المقارب في النقطة ذات الفاصلة : $\tau_1=0,05s$ وهي مطابقة للقيمة المحسوبة سابقا .

**ب– تحـــديد** $\Delta t$ .

يستقر البيان إبتداء من اللحظة : $\Delta t\approx0,25s$ وهي توافق القيمة : $\Delta t\approx5.\tau_1$ .

**ثانيا** : البادلة على الوضع 2 .

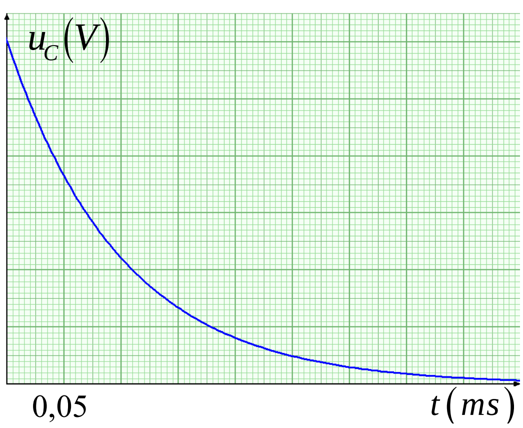
**ت– الظاهرة الفيزيائية الحادثة** : تفريغ المكثفة في الناقلين الأوميين .

( تحول الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة إلى طاقة حرارية في الناقلين الأوميين بفعل جول )

**كتابة المعادلة التفاضلية الموافقة** .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C(t)+2u_R(t)=0$ .

وبالتالي : $u_C(t)+2RC.\dfrac{du_C(t)}{dt}=0$ . ومنه : $\dfrac{du_C(t)}{dt}+\dfrac{1}{2RC}u_C(t)=0$




**ث– حساب** $\tau_2$ **ومقارنته مع** $\tau_1$ .

لدينا : $\tau_2=2RC=2\times200\times250\times10^{-6}=0,1s$ ، نلاحظ أن : $\tau_2=2\tau_1$ .

**الإستنتاج** : مدة تفريغ المكثفة تساوي ضعف مدة شحنها .

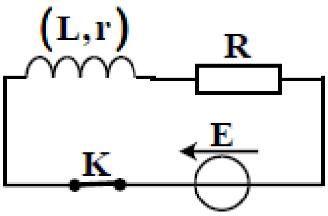
**ج– تمثيل شكل تقريبي للمنحنى البياني لتغير** $u_C(t)$ .

البيان بالشكل المقابل .

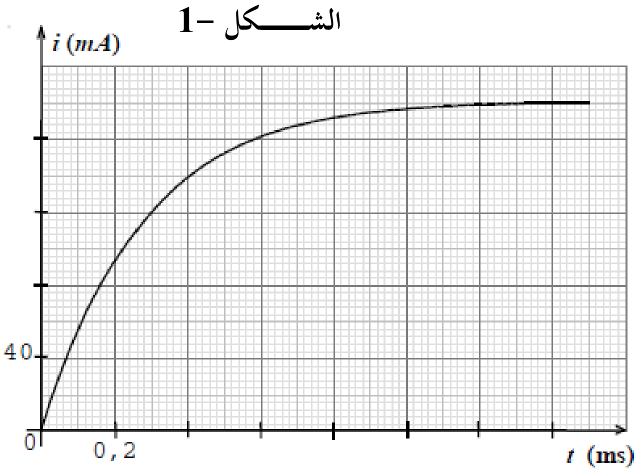
حيث : $u_C(0)=E=6V$ ، $u_C(\tau_2)=0,37E=2,22V$ ، $u_C(5\tau_2)=0$ .

يهدف تعين الثابتين $(L,r)$ المميزين لوشيعة ، نحقق الدارة الكهربائية ( الشكل-1 ) .

حيث : $E=9V$ و $R=45\Omega$ . في اللحظة $t_1=0s$ نغلق القاطعة $K$ .



الشـــكل 1-



الشـــكل 2-

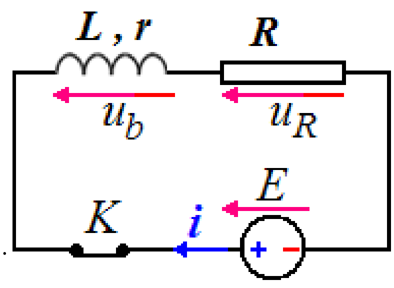
1. باستخدام قانون جمع التوترات ، بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي هي :

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=\frac{E}{L}$$ .

2. العبارة $i(t)=A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة ، أوجد الثابت $A$ ، ماذا يمثل ؟
3. عبر عن ثابت الزمن $\tau$ بدلالة $L$ ، $r$ و $R$ وبين بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن .
4. بواسطة لاقط آمبير متر موصول بالدارة ومرتبط بواجهة دخول لجهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة نحصل على التطور الزمني للتيار الكهربائي $i(t)$ (الشكل-2) .
   أ- أوجد بيانيا قيمة ثابت الزمن $\tau$ ، مع شرح الطريقة المتبعة .
   ب-أوجد قيمة المقاومة $r$ ، ثم أحسب قيمة ذاتية الوشيعة $L$
5. أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشعة .

## الحل المفصل :

**1. كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**



الشـــكل 1-

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t)+u_b(t)=E$ إذن : $Ri(t)+ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$

أي : $(R+r)i(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$

ومنه : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R+r}{L}i(t)=\frac{E}{L}$ ؛ وهي من الشكل : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=\frac{E}{L}$ حيث : $\tau=\frac{L}{R+r}$ .

**2. إيجاد الثابت $A$ .**

لدينا : $i(t)=A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di(t)}{dt}=\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ . ولدينا : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=\frac{E}{L}$

إذن : $\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{\tau}.A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=\frac{E}{L}$ ، أي : $\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{A}{\tau}-\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{L}$ . إذن : $\frac{A}{\tau}=\frac{E}{L}$ .

ومنه : $A=\tau\frac{E}{L}=\frac{L}{R+r}\frac{E}{L}=\frac{E}{R+r}$ ، $A=I_0=4,5\times0,04=0,18A$ . وهي تمثل الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة ( في النظام الدائم )

**3. عبارة ثابت الزمن $\tau$ .**

تعطى عبارة ثابت الزمن كمايلي : $\tau=\frac{L}{R+r}=\frac{L}{R_{éq}}$ . وبالتالي : $[\tau]=\frac{[L]}{[R_{éq}]}=\frac{[U][T][I]^{-1}}{[U][I]^{-1}}=[T]$

**4. أ- تحديد قيمة ثابت الزمن $\tau$ .**

من البيان لمّا : $i=0,63.I_0=0,63\times0,18=0,11A$ نجد : $\tau=0,2ms$ .

**ب- تحديد قيمة المقاومة $r$ ، ثم حساب قيمة ذاتية الوشيعة $L$ .**

لدينا : $I_0=\frac{E}{R+r}$ إذن : $r=\frac{E}{I_0}-R=\frac{9}{0,18}-45=5\Omega$ . ولدينا : $\tau=\frac{L}{R+r}$ إذن : $L=\tau(R+r)=0,2\times10^{-3}\times50=10^{-2}H$ .

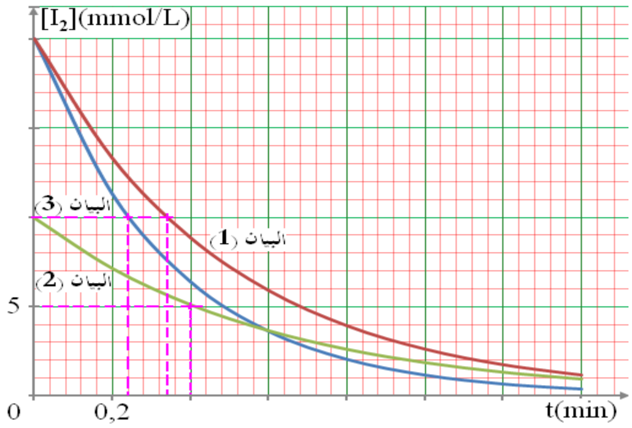
**5. حساب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشعة .** لدينا : $E(L)=\frac{1}{2}L.I_0^2=\frac{1}{2}\times10^{-2}\times(0,18)^2=1,62\times10^{-4}$

**هام جـــــدا :** ورد خط في السلسلة رقم **01** للوحدة الأولى في التمرين **10** شعبة العلوم التجريبية **2010** . فأرجو المعذرة .

**الخطأ بالتحديد في التجربة الثانية وهو نقطة بداية البيان 02 .**

**3.** **التجربة الثانية:** يتناقص البيان بسرعة أقل من الحالة الأولى، وذلك لأن تركيز ثنائي اليود المستعمل في هذه الحالة أقل من تركيز ثنائي اليود في الحالة الأولى(محلول مخفف) .

لدينا : $F = \frac{V_f}{V_i} = \frac{100}{50} = 2$ ؛ وبالتالي : $[I_2]_i = \frac{C}{F} = \frac{20}{2} = 10 mmol.L^{-1}$ .




**4.** **التجربة الثالثة :** يتناقص البيان بسرعة أكبر من الحالتين ، وذلك لارتفاع درجة الحرارة

**5.** العوامل الحركية التي تبرزها هذه التجارب هي تأثير تراكيز المتفاعلات ودرجة الحرارة على سرعة التفاعل .

**الإستنتاج :**

- كلما كانت تراكيز المتفاعلات أكبر كلما كانت سرعة التفاعل أكبر .
- كلما كانت درجة حرارة الوسط أعلى كلما كانت سرعة التفاعل أكبر .

**ملاحظة :** يكون زمن نصف التفاعل أصغر في التحول الكيميائي الأسرع .

**ملاحظة : لم أقم بمراجعة هذه السلسلة بعد الإنتهاء منها ، فأرجوا من كل من وجد بها ولو خطأ بسيط أن ينبهني إليه على البريد الإلكتروني .**

**لا أبتغي من هذا العمل سوى وجه الله فأسأل الله عز وجل القبول .**

# لا تنسونا بدعائكم